

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

## Matemáticas: aplicaciones e interpretación

### Nivel medio

### Prueba 2

Viernes 7 de mayo de 2021 (mañana)

1 hora 30 minutos

---

#### Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas: aplicaciones e interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 19]

Un centro médico está haciendo pruebas a los pacientes para ver si padecen una determinada enfermedad. Esta enfermedad afecta al 5% de la población.

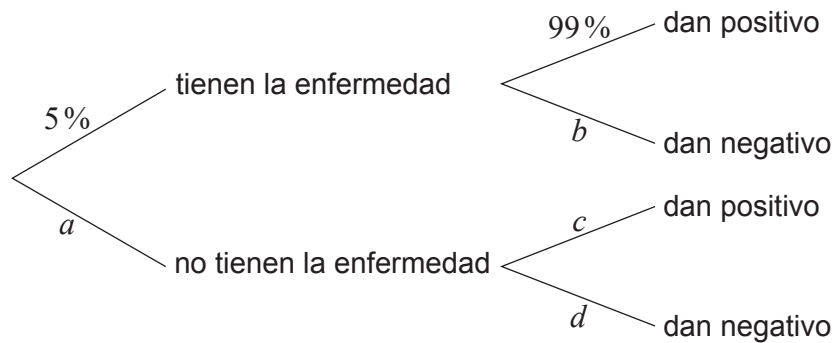
Deciden hacerles la prueba a todos los pacientes que acuden al centro un día concreto.

(a) Indique el método de muestreo que se está utilizando. [1]

Está previsto que si un paciente tiene la enfermedad dé "positivo" en la prueba y que si el paciente no tiene la enfermedad dé "negativo" en la prueba.

Sin embargo, las pruebas no son perfectas: solo el 99% de las personas que tienen la enfermedad dan positivo en la prueba. Además, un 2% de las personas que **no** tienen la enfermedad dan positivo en la prueba.

El siguiente diagrama de árbol muestra algunos de estos datos.



(b) Escriba el valor de:

- (i)  $a$
- (ii)  $b$
- (iii)  $c$
- (iv)  $d$

[4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

**(Pregunta 1: continuación)**

- (c) Utilice el diagrama de árbol para hallar la probabilidad de que un paciente elegido al azar:
- (i) No tenga la enfermedad y dé positivo en la prueba.
  - (ii) Dé negativo en la prueba.
  - (iii) Tenga la enfermedad, sabiendo que ha dado negativo en la prueba. [8]
- (d) En el centro médico observan que el número real de resultados positivos en su muestra es distinto del que predice el diagrama de árbol. Explique por qué podría estar sucediendo esto. [1]

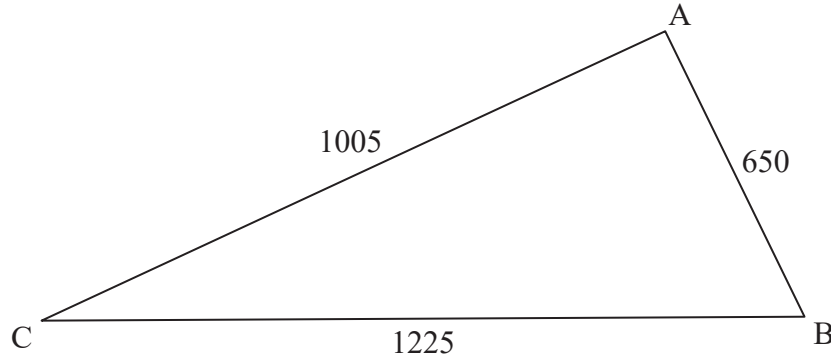
El personal del centro analizó la atención médica que recibió cada uno de los pacientes que acudieron al centro un día concreto elegido al azar. Todos los pacientes recibieron al menos uno de los siguientes servicios: les hicieron pruebas médicas ( $M$ ), les atendió un enfermero ( $N$ ) o les atendió un médico ( $D$ ). Se halló que:

- A 78 les hicieron pruebas médicas.
  - A 45 les atendió un enfermero.
  - A 30 les atendió un médico.
  - A 9 les hicieron pruebas médicas y les atendieron un médico y un enfermero.
  - A 18 les hicieron pruebas médicas y les atendió un médico, pero no les atendió ningún enfermero.
  - A 11 pacientes les atendió un enfermero y les hicieron pruebas médicas, pero no les atendió ningún médico.
  - A 2 pacientes les atendió un médico sin que les atendiera un enfermero y sin que les hicieran pruebas médicas.
- (e) Dibuje con precisión un diagrama de Venn que represente esta información, colocando en él todos los datos pertinentes. [3]
- (f) Halle el número total de pacientes que acudieron ese día al centro médico. [2]

2. [Puntuación máxima: 15]

Un agricultor posee un terreno con la forma de un triángulo ABC tal que  $AB = 650$  m,  $AC = 1005$  m y  $BC = 1225$  m.

la figura no está dibujada a escala

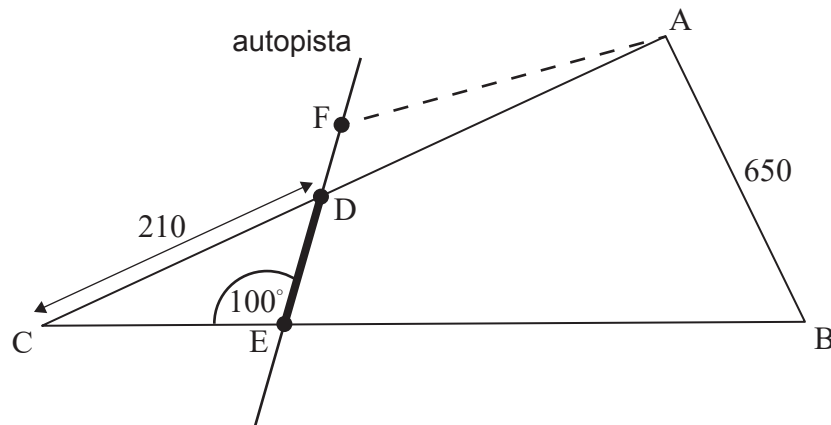


(a) Halle el tamaño de  $\hat{A}CB$ .

[3]

El ayuntamiento del pueblo tiene previsto construir una autopista que cruzará los bordes del terreno en los puntos D y E, donde  $DC = 210$  m y  $\hat{C}ED = 100^\circ$ , tal y como se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(b) Halle DE.

[3]

El ayuntamiento quiere construir allí un aparcamiento. Le piden al agricultor que les ceda la parte del terreno representada por el triángulo DCE. A cambio, el agricultor recibiría un triángulo de igual área ADF, donde F está en la misma recta que D y que E, tal y como se muestra en la figura anterior.

(c) Halle el área del triángulo DCE.

[5]

(d) Estime DF. Puede suponer que la anchura de la autopista es igual a cero.

[4]

3. [Puntuación máxima: 16]

Se ha construido una nueva sala de conciertos que cuenta con 14 asientos en la primera fila. Cada nueva fila tiene dos asientos más que la fila anterior. La sala tiene en total 20 filas.

(a) Halle:

(i) El número de asientos que hay en la última fila.

(ii) El número total de asientos que hay en esta sala de conciertos. [5]

La sala de conciertos abrió sus puertas en 2019. Durante ese año, el número promedio de asistentes por concierto fue de 584. En 2020, el número promedio de asistentes por concierto aumentó un 1,2%.

(b) Halle el número promedio de asistentes por concierto que hubo en 2020. [2]

Los organizadores de los conciertos utilizan estos datos para modelizar el futuro número de asistentes. Se supone que el número promedio de asistentes por concierto seguirá aumentando un 1,2% cada año.

(c) Determine el primer año en el que, según las predicciones de este modelo, el número promedio de asistentes por concierto superará el número total de asientos de la sala de conciertos. [5]

Se supone que en esta sala de conciertos se van a celebrar 50 conciertos cada año.

(d) Utilice el número promedio de asistentes por concierto que hay cada año para predecir el número **total** de personas que se espera que acudan a la sala de conciertos desde el día en que abrió sus puertas hasta el final de 2025. [4]

4. [Puntuación máxima: 14]

Se sabe que los pesos de los gatos persas macho siguen una distribución normal de media 6,1 kg y varianza igual a  $0,5^2 \text{ kg}^2$ .

(a) Dibuje aproximadamente una figura donde se muestre esta información. [2]

(b) Halle la proporción de gatos persas macho que pesan entre 5,5 kg y 6,5 kg. [2]

De esta población se toma un grupo de 80 gatos persas macho.

(c) Determine el número esperado de gatos de este grupo cuyo peso será menor de 5,3 kg. [3]

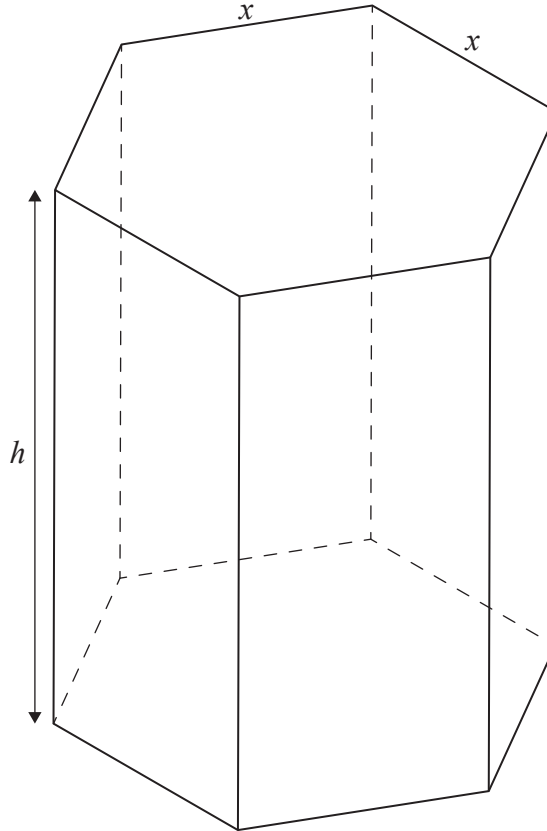
(d) Se halla que 12 de los gatos pesan más de  $x$  kg. Estime el valor de  $x$ . [3]

(e) Se escogen al azar diez de estos gatos. Halle la probabilidad de que exactamente uno de ellos pese más de 6,25 kg. [4]

5. [Puntuación máxima: 16]

Una caja de bombones hueca se fabrica con la forma de un prisma recto de base hexagonal regular. La altura del prisma es  $h$  cm, y la parte superior y la base del prisma tienen lados de  $x$  cm de longitud.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Sabiendo que  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , muestre que el área de la base de la caja es igual a  $\frac{3\sqrt{3}x^2}{2}$ . [2]
- (b) Sabiendo que el área total de la superficie externa de la caja es igual a  $1200 \text{ cm}^2$ , muestre que el volumen de la caja se puede expresar así:  $V = 300\sqrt{3}x - \frac{9}{4}x^3$ . [5]
- (c) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $V = 300\sqrt{3}x - \frac{9}{4}x^3$  para  $0 \leq x \leq 16$ . [2]
- (d) Halle una expresión para  $\frac{dV}{dx}$ . [2]
- (e) Halle el valor de  $x$  que maximiza el volumen de la caja. [2]
- (f) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle el máximo volumen posible de la caja. [2]

La caja va a contener bombones esféricos. El responsable de producción supone que puede calcular el número exacto de bombones que hay en cada caja dividiendo el volumen de la caja entre el volumen de un bombón y redondeando el resultado a la baja, al entero inferior más próximo.

- (g) Explique por qué no tiene razón el responsable de producción. [1]

Fuentes: